Exercices de Physique - Terminale

Colin Coërchon

2023

1 Optique

1.1 Interférences

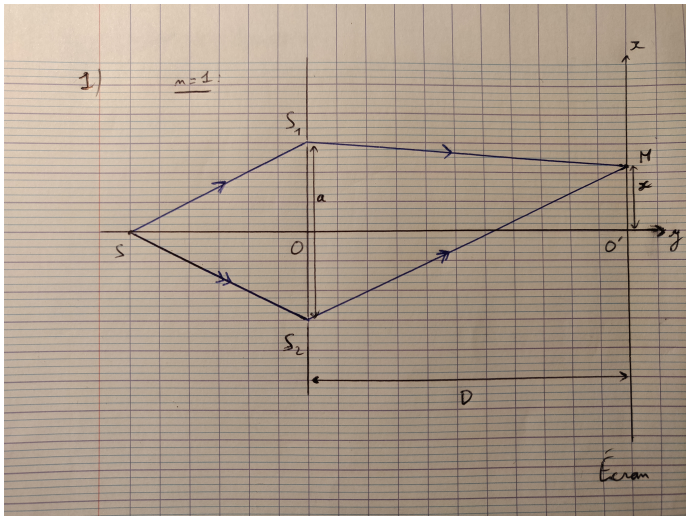
Exercice 1.1 : Phénomènes d'interférences lumineuses

Un **système interférentiel de Young** est constitué de fentes sources S_1 et S_2, distantes de $a = 0,20$ mm éclairées par une source lumineuse S. À la distance $D = 1,50$ m des fentes, on dispose un écran perpendiculairement à l'axe de symétrie du système. La source lumineuse est un laser émettant une radiation de longueur d'onde $\lambda = 543$ nm.

1. Faire un schéma légendé du système interférentiel.
2. Établir la relation liant la différence de marche δ, a, D et x abscisse du point M sur l'écran.
3. Définir l'interfrange. Donner l'expression littérale de l'interfrange. La calculer.
4. Sachant qu'au point M, on observe une frange brillante, établir la relation entre x, a, λ, D et k.
5. Les franges brillantes s'étalent latéralement sur l'écran sur une largeur $d = 1,63$ cm, déterminer le nombre de franges brillantes observées sur l'écran.
6. On remplace la source précédente par un laser de longueur d'onde $\lambda' = 633$ nm. Calculer la valeur de la nouvelle interfrange i'. En déduire la largeur de la figure sur l'écran sachant que l'on observe 12 franges brillantes.

Démonstration.

1.



2. Premièrement, on peut écrire que la différence de marche δ entre la source primaire S et le point M peut s'écrire : $\delta = S_2M - S_1M$.

   Or, $\overrightarrow{S_1M} = \overrightarrow{S_1O} + \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} = -\frac{a}{2}\,\overrightarrow{u_x} + D\,\overrightarrow{u_y} + x\,\overrightarrow{u_x} + z\,\overrightarrow{u_z}$.

   D'où :

$$S_1M = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2} = D\sqrt{1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + D^2 + z^2}{D^2}}$$

   Or, $a \ll D$ et $|x|$ ou $|z| \ll D$. Donc, on peut écrire le développement limité "à la physicienne" :

$$D\sqrt{1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + D^2 + z^2}{D^2}} \simeq D\left(1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + z^2}{2D^2}\right)$$

   Et donc : $S_1M \simeq D\left(1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + z^2}{2D^2}\right)$.

   Et de la même manière, comme $\overrightarrow{S_2M} = \overrightarrow{S_2O} + \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M} = +\frac{a}{2}\,\overrightarrow{u_x} + D\,\overrightarrow{u_y} + x\,\overrightarrow{u_x} + z\,\overrightarrow{u_z}$:

$$S_2M = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2 + z^2} = D\sqrt{1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2 + D^2 + z^2}{D^2}}$$

$$\Longrightarrow S_2M \simeq D\left(1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2 + z^2}{2D^2}\right)$$

   Ainsi, comme $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 = x^2 + ax + \frac{a^2}{4} - \left(x^2 - ax + \frac{a^2}{4}\right) = 2ax$, on en déduit que :

$$\boxed{\delta = S_2M - S_1M \simeq \frac{ax}{D}}$$

NOTE : **La démonstration de ce résultat n'est pas à connaître** pour un élève de terminale, bien qu'elle n'en reste pas moins très intéressante. Le résultat est, quant à lui, à connaître **par cœur**.

3. Par définition, l'interfrange i est la distance séparant deux franges successives (2 franges brillantes, ou 2 franges sombres).

   Supposons que nous avons une frange brillante en $x = x_k$.
   Or, on rappelle que des interférences constructives apparaissent lorsque $\delta = k\lambda$, $k \in \mathbb{Z}$. Et ici, $\delta \simeq \dfrac{ax}{D}$.

   Donc, en x_k, on a : $k\lambda = \dfrac{ax}{D} \Longrightarrow x_k = \dfrac{k\lambda D}{a}$. Et, par conséquent, la prochaine frange brillante se situe en x_{k+1} où $x_{k+1} = \dfrac{(k+1)\lambda D}{a}$.
   Ainsi, par définition :

   $$\boxed{i = |x_{k+1} - x_k| = \frac{\lambda D}{a}}$$

   A.N. On trouve : $i \simeq 4,1$ mm.

4. Nous venons de voir ce résultat dans la question (3). Ainsi, on a : $x_k = \dfrac{k\lambda D}{a}$

5. Les franges brillantes s'étalent latéralement sur l'écran sur une largeur d. Intéressons-nous à la partie supérieure de l'écran.
   En s'aidant de la question précédente, l'objectif est alors de calculer le k maximum pour lequel les franges restent encore sur l'écran (pour des k plus élevés, les franges seront hors de l'écran). On s'intéresse à la partie supérieure de l'écran, donc de dimension $d/2$. Ainsi, on a :

   $$\frac{d}{2} = x_{k_{max}} = \frac{k_{max}\lambda D}{a} \Longrightarrow k_{max} = \left\lfloor \frac{ad}{2\lambda D} \right\rfloor$$

   On obtient de même pour k_{min} et alors, en additionnant avec la frange centrale en $x = 0$ qui est toujours brillante, on a un total de franges brillantes qui vaut :

   $$N_{brillantes} = k_{min} + 1 + k_{max} \Longrightarrow \boxed{N_{brillantes} = 1 + 2\left\lfloor \frac{ad}{2\lambda D} \right\rfloor}$$

   A.N. On trouve que : $\dfrac{ad}{2\lambda D} \simeq 2,001$. Et donc : $N_{brillantes} = 5$.

   NOTE : On pouvait aussi raisonner avec l'interfrange : $N_{brillantes} = 1 + \left\lfloor \dfrac{d}{i} \right\rfloor = 5$ ...

6. On a $i' = |x'_{k+1} - x'_k| = \dfrac{\lambda' D}{a}$. A.N. $i' \simeq 4,7$ mm.

   Or $N'_{brillantes} = 1 + \left\lfloor \dfrac{d'}{i'} \right\rfloor$. Donc, au maximum : $d' = (N'_{brillantes} - 1)\, i'$
   A.N. On a $N'_{brillantes} = 12$ donc : $d' = 5,17$ cm.

□